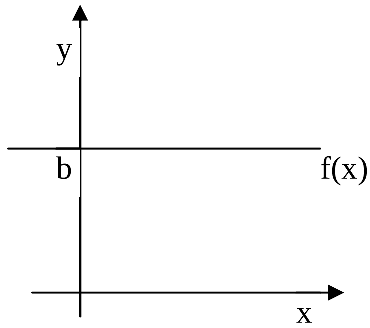
MO 8:

LINEÁRNA A KVADRATICKÁ FUNKCIA

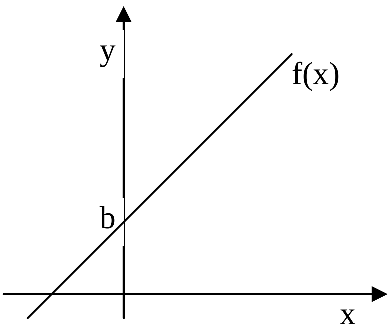
Lineárna funkcia – každá funkcia s predpisom **f: y = ax + b**; $a,b \in R$

a = 0



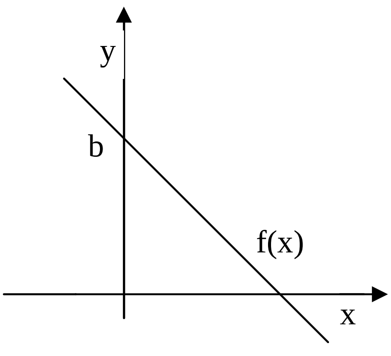
- konštantná funkcia
- D(f) = R
- H(f) = {b}
- nie je prostá
- ohraničená zhora aj zdola – b
- vo všetkých bodoch je aj maximum aj minimum
- je párna
- periodická (ľubovolná)

a>0



- D(f) = R
- H(f) = R
- rastúca
- prostá
- nie je ohraničená
- nemá maximum ani minimum
- nie je párna ani nepárna (ak b = 0 $\Rightarrow$ nepárna)
- nie je periodická

a<0



- D(f) = R
- H(f) = R
- klesajúca
- prostá
- nie je ohraničená
- nemá maximum ani minimum
- ani párna ani nepárna
- nie je periodická

b = číslo, v ktorom graf funkcie pretína y-ovú os, t.j. f(b) = b
a – určuje zmenu funkčnej hodnoty, ak zvýšime x o 1

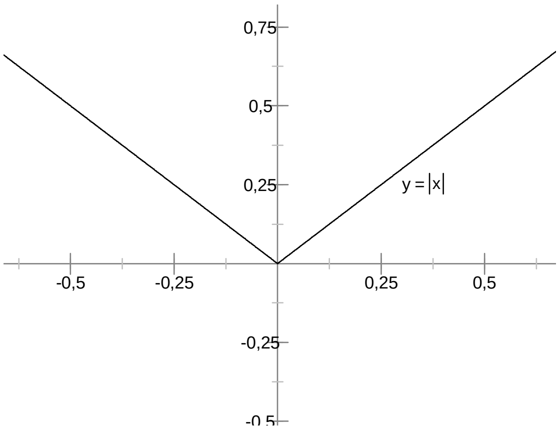
f(x) = ax + b
f(x+1) = a(x+1) +b
ax + a + b = f(x) + a
a = f(x+1) – f(x)

MO 8: LINEÁRNA A KVADRATICKÁ FUNKCIA

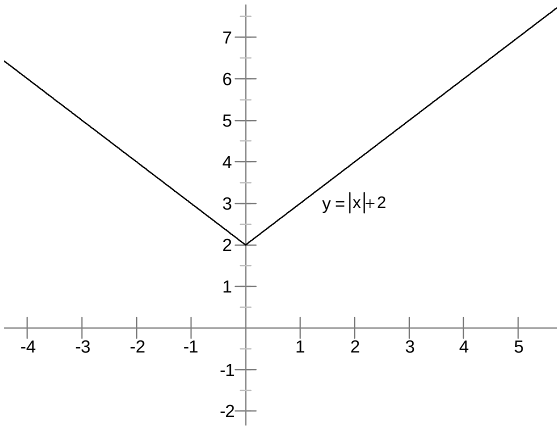
- ak hodnoty D(f) dosadíme do predpisu funkcie, získame H(f)

Lineárna funkcia s absolútnou hodnotou

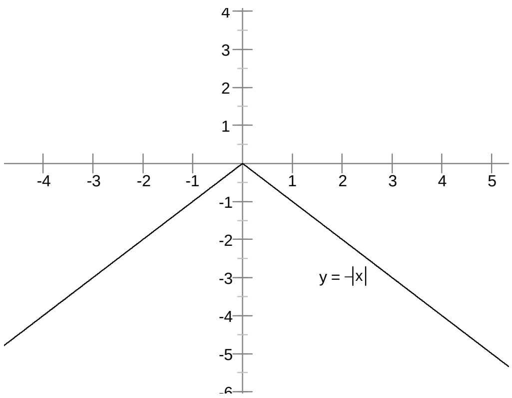
f: y = $|x|$



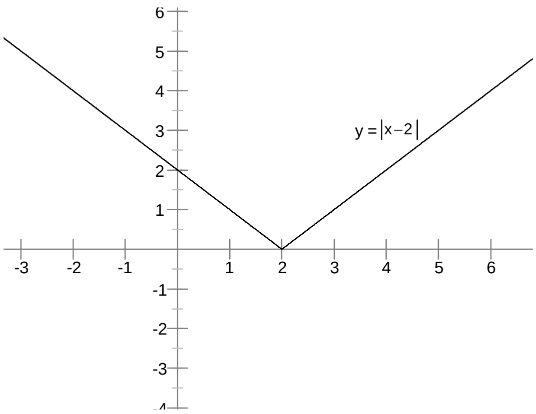
f: y = $|x|$ + 2



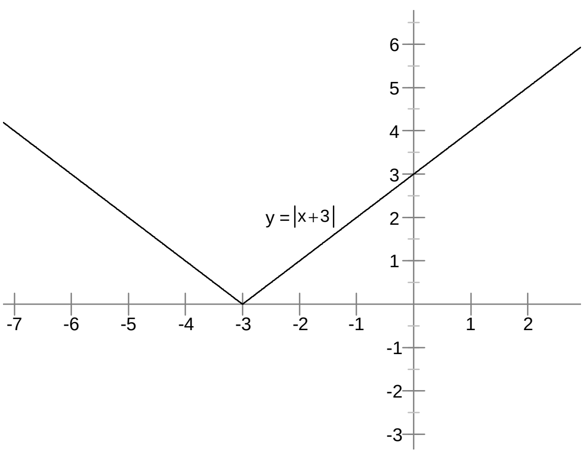
f: y = - $|x|$



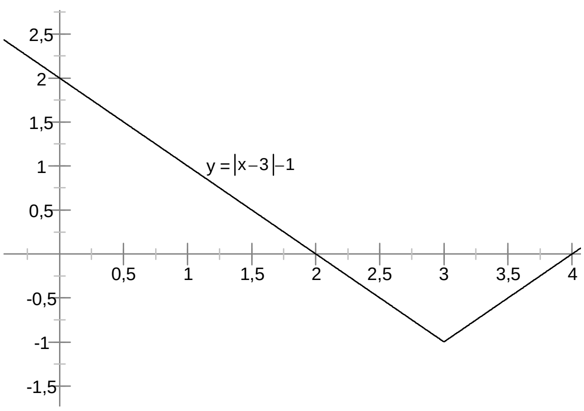
f: y = $|x-2|$



f: y = $|x+3|$



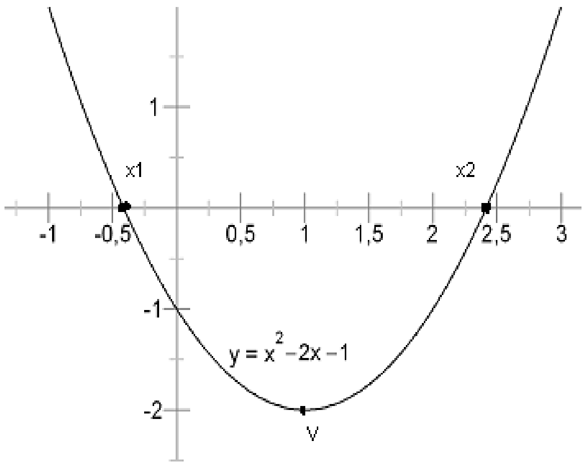
f: y = $|x-3|-1$



Kvadratická funkcia – každá funkcia s predpisom **f: $y = ax^2 + bx + c$**; $a, b, c \in R \wedge a \neq 0$

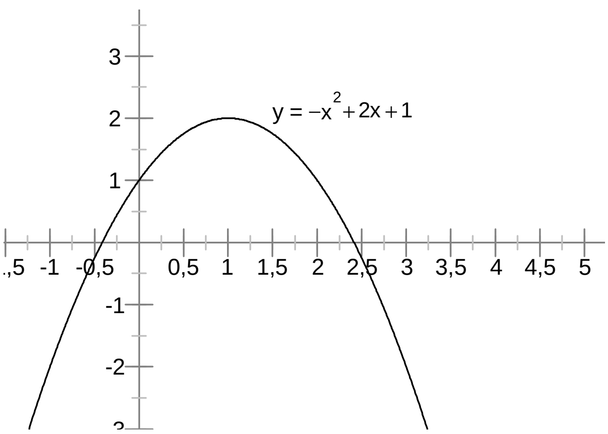
- grafom je parabola

a > 0



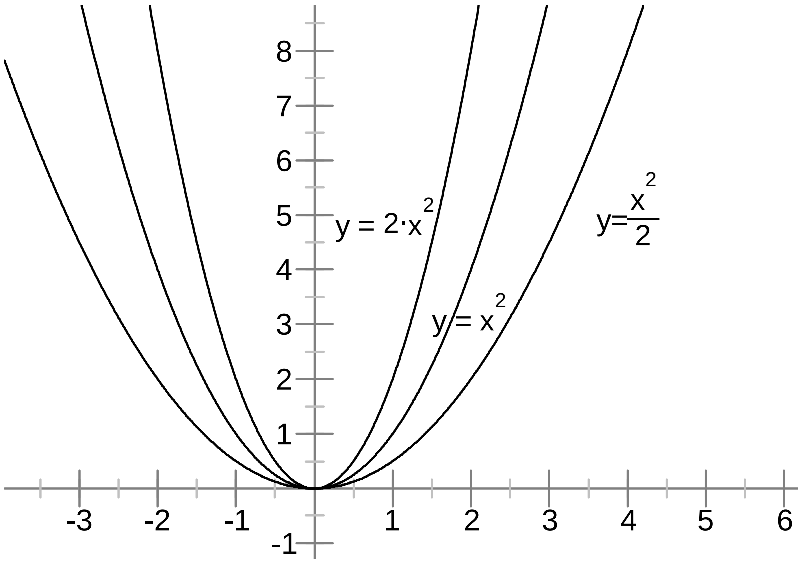
- konvexná
- x_1, x_2 – nulové body
- V – vrchol paraboly
- D(f) = R
- H(f) = $\left\langle \frac{-D}{4a}; \infty \right)$
- klesajúca na $(-\infty; \frac{-b}{2a})$
- rastúca na $(\frac{-b}{2a}; \infty)$
- ohraničená zdola $d = \frac{-D}{4a}$
- minimum v bode $\frac{-b}{2a}$
- ani párna ani nepárna (ak vrchol leží na osi x, t.j. $v_1 = 0 \Leftrightarrow b = 0$, je párna)
- nie je prostá
- nie je periodická

a < 0



- D(f) = R
- H(f) = $(-\infty; \frac{-D}{4a})$
- rastúca na $(-\infty; \frac{-b}{2a})$
- klesajúca na $(\frac{-b}{2a}; \infty)$
- maximum v bode $\frac{-b}{2a}$
- ohraničená zhora $h = \frac{-D}{4a}$
- nie je prostá
- nie je periodická
- konkávna
- ani párna ani nepárna (párna, ak b = 0)

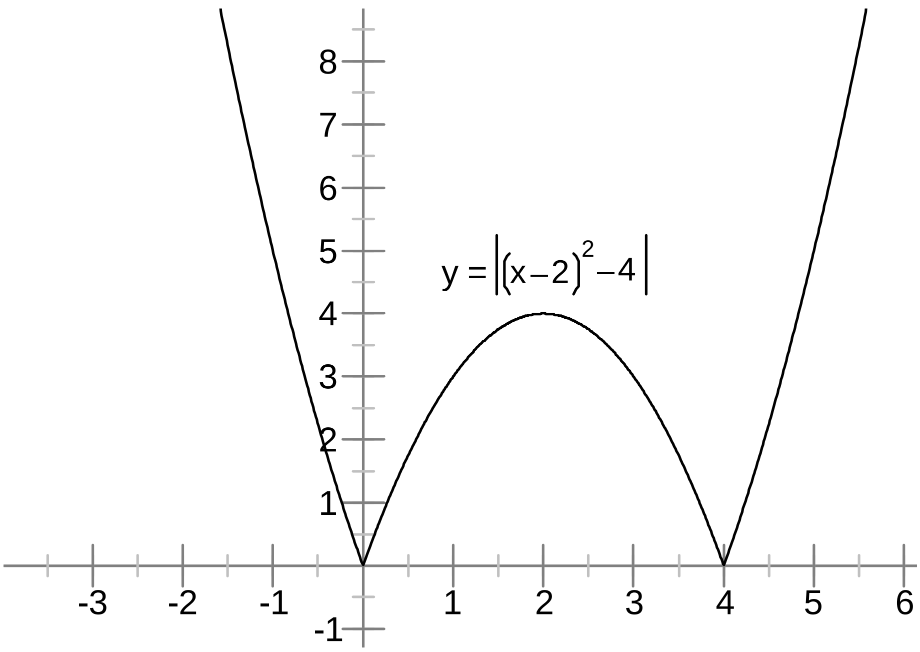
f: $y = x^2$ f_1: $y = 2x^2$ f_2: $y = \frac{1}{2}x^2$



Graf kvadratickej funkcie s absolútnou hodnotou:

- funkčné hodnoty sú nezáporné

f: $y = \left|(x-2)^2 - 4\right|$



Súradnice V:

(ak poznáme nulové body)

x – ová súradnica V je aritmetickým priemerom x_1 , x_2 (priesečníky s x – ovou osou)

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

$$x_v = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}}{2} = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = f(x_v) = \frac{-D}{4a}$$

(ak nepoznáme nulové body)

Každá parabola má extrém. $\Rightarrow$ urobíme deriváciu

$y` = 2ax + b$
$2ax + b = 0$

$$x = \frac{-b}{2a} = x_v \Rightarrow y = f(x_v) = \frac{-D}{4a} = y_v$$

alebo:

Doplnením na druhú mocninu:

$$y = ax^2 + bx + c = a.\left(x^2+\frac{b}{a}x\right) + c = a.\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)-\frac{b^2}{4a^2}+c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\underbrace{\frac{4ac-b^2}{4a}}_{= y_v}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right) = 0 \Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a}$$