MO 4:

TYPY DÔKAZOV

Priamy dôkaz:

- spočíva vo vytváraní sledu pravdivých implikácií tvaru: $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow ... \Rightarrow B$

napr.
Dokážte, že platí: $\forall n \in N : 2/n \Rightarrow 2/n^2$.

Dôkaz priamo:
$2/n \Rightarrow \exists k \in N : n = 2k \Rightarrow n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2.2k^2; 2k^2 \in N; n^2 = 2l, l \in N \Rightarrow 2/n^2$ ČBTD

Nepriamy dôkaz:

- dokazujeme ním iba vety tvaru implikácie
- spočíva v tom, že dokážeme platnosť obmenenej vety (priamo)
  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B` \Rightarrow A`)$

napr.
Dokážte, že platí: $\forall n \in N : 2/n^2 \Rightarrow 2/n$.

Dôkaz nepriamo:
V_{obm}: $\forall n \in N : 2 \nmid n \Rightarrow 2 \nmid n^2$

$2 \nmid n \Rightarrow n = 2k + 1, k \in N \Rightarrow n^2 = (2k+1)^2 \Rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \Rightarrow$
$n^2 = 2l + 1, l \in N \Rightarrow 2 \nmid n^2$ ČBTD

Dôkaz sporom:

- ukážem nepravdivosť negovaného výroku a dôjdem k sporu $\Rightarrow$ pôvodný výrok teda platí

napr.
Dokážte, že platí: $\forall n \in N ; 3 / n \Rightarrow 3 / n^2$

Dôkaz sporom:
V`: $3/n \wedge 3 \nmid n^2$
$3/n \Rightarrow \exists k \in N ; n = 3k \Rightarrow n^2 = 9k^2 \Rightarrow n^2 = 3.3k^2; l \in N \Rightarrow n^2 = 3l \Rightarrow 3/n \Rightarrow$ spor
s tvrdením, že $3 \nmid n^2$

negácia neplatí, teda pôvodný výrok platí

Matematická indukcia:

- vlastnosť sa dedí z predchádzajúceho na nasledujúceho
- môžeme robiť na matematických vetách, ktoré sú definované na množine prirodzených čísel alebo na množine tvaru $\{m, m+1, m+2, m+3, ...\} m \in N$, alebo na množine párnych čísel, na množine čísel deliteľných tromi ... → jednoznačne musím vedieť určiť nasledovníka

- spočíva v dvoch krokoch:

1. dokážem platnosť vety pre najmenšie možné n

2. = Indukčný krok – predpokladám platnosť vety pre n-tý prvok (indukčný predpoklad a z toho odvodím platnosť aj pre nasledujúci prvok (n+1)

$V(n) \Rightarrow V(n+1)$

<u>napr.</u>

Dokážte, že platí: $\forall n \in N$; $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Dôkaz matematickou indukciou:

1° n=1 $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1$ platí

2° $V(n) \Rightarrow V(n+1)$

$V(n) = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

plati ???:

$V(n+1) = 1 + 2 + 3 + ... + n + n + 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$\frac{n(n+1)}{2} + n + 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$n(n+1) + 2n + 2 = n^2 + n + 2n + 2$

$n^2 + n + 2n + 2 = n^2 + 3n + 2$

$n^2 + 3n + 2 = n^2 + 3n + 2$ platí