MO 3:

TEÓRIA ČÍSEL

Prvočíslo – každé prirodzené číslo, ktoré má práve dvoch celočíselných deliteľov a to jednotku a seba samého.

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... }

Zložené číslo – každé prirodzené číslo, ktoré má aspoň troch deliteľov, vrátane čísla 1.

{4, 6, 8, 9, 10, 12, ... }

Prvočíselný rozklad – každé prirodzené číslo vieme zapísať ako súčin prvočísiel.

napr. $24 = 3.8 = 2^3.3$

všeobecne: n = $p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}.....p_k^{\alpha_k}$, $k \in N$
$\alpha_k \in N$;
p_k – prvočísla

Základná veta aritmetiky – každé zložené číslo sa dá zapísať ako súčin prvočísel.

Najväčší spoločný deliteľ (NSD): D(a,b)

- NSD(a,b) je najväčšie možné číslo, ktoré delí aj číslo „a” a aj číslo „b”.

napr. NSD(16,24) je 8.

- vieme ho určiť pomocou:
  - **výpis všetkých deliteľov** (určenie najväčšieho spoločného)
    napr. 24 → 1,2,3,4,6,8,12,24
    16 → 1,2,4,8,16
    NSD(16,24) = 8
  - **pomocou prvočíselného rozkladu**
    napr. $24 = 2^3.3^1$
    $16 = 2^4.3^0$
    NSD(16,24) = $2^3. 3^0 = 8$

    V prvočíselnom rozklade NSD(a,b) sa nachádza každé číslo z prvočíselých rozkladov umocnené na nižší exponent.

  - **Euklidov algoritmus**
    napr. NSD(210,63)
    210 – 63 = 147
    147 – 63 = 84
    84 – 63 = 21
    63 – 21 = 42
    42 – 21 = 21
    21 – 21 = 0
    Ak dostanem nakonci nulu, NSD je posledné odrátané číslo.

Najmenší spoločný násobok (n)

- je také najmenšie prirodzené číslo, ktoré je deliteľné aj číslom „a“ aj číslom „b“.

napr. n(12,8) = 24

- vieme ho určiť pomocou:
    - **prvočíselného rozkladu**
        - bude sa tam vyskytovať každé prvočíslo umocnené na väčší exponent)

napr. $12 = 2^2.3^1$
$8 = 2^3.3^0$
$n(12,8) = 2^3.3^1 = 8.3 = 24$

→ platí: a.b = D(a,b).n(a,b)

Pomocou prvočíselného rozkladu vieme určiť aj **počet deliteľov** daného čísla n.

napr. n = 72
$72 = 3^2.\ 2^3$
(3+1)(2+1) = 12 deliteľov

n(72) = {1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72}

$2^0.3^0 = 1$	$2^0.3^1 = 3$	$2^0.3^2 = 9$
$2^1.3^0 = 2$	$2^1.3^1 = 6$	$2^1.3^2 = 18$
$2^2.3^0 = 4$	$2^2.3^1 = 12$	$2^2.3^2 = 36$
$2^3.3^0 = 8$	$2^3.3^1 = 24$	$2^3.3^2 = 72$

- všeobecne, ak n = $p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}.....p_k^{\alpha_k}$, potom počet deliteľov je: $(\alpha_1+1)(\alpha_2+2)...(\alpha_k+1)$

napr. Koľko deliteľov má číslo 610 a číslo 1825 ?
610 = 2.305 = 61.2.5
(1+1)(1+1)(1+1) = 8 deliteľov

$1825 = 5.365 = 73.5^2$
(1+1)(2+1) = 6 deliteľov

Súdeliteľnosť:

- Čísla a, b sú **súdeliteľné** práve vtedy, keď majú nejakého spoločného deliteľa rôzneho od 1.

    napr. 4,6; 9,12

- **Nesúdeliteľné** čísla sú také, ktoré okrem 1 nemajú žiadneho spoločného deliteľa.

    napr. 3,7; 2,3

MO 3: TEÓRIA ČÍSEL

Kritéria deliteľnosti:

Číslo „a“ je deliteľné:

2 ⇔ je párne; t.j. jeho posledná cifra je 0,2,4,6,8
3 ⇔ jeho ciferný súčet je deliteľný tromi
4 ⇔ jeho posledné dvojčíslie je deliteľné štyrmi
5 ⇔ jeho posledná cifra je 0 alebo 5
6 ⇔ číslo je deliteľné 2 a 3
8 ⇔ jeho posledné trojčíslie je deliteľné 8
9 ⇔ jeho ciferný súčet je deliteľný 9
10 ⇔ číslo sa končí na 0
11 ⇔ rozdiel súčtu párnych cifier a nepárnych cifier je násobok 11 (myslíme pozície)

napr. 1242579
$1 + 4 + 5 + 9 = 19$
$2 + 2 + 7 = 11$
$19 - 11 = 8 \Rightarrow$ nie je deliteľné

- Pre každé zložené prirodzené číslo M platí, že jeho najmenší deliteľ rôzny od 1 je prvočíslo neprevyšujúce číslo $\sqrt{M}$, t.j., ak je M zložené číslo, musí mať prvočíselného deliteľa v intervale $(1, \sqrt{M}\rangle$.

  1933 = prvočíslo

- $a,b \in N$

  a/b ak $\exists\ c \in N;\ b = c.a$

- deliteľnosť čísla číslom **7:**

  $n = 10k + z;\ z \in \{0,...,9\}$
  $7/n \Leftrightarrow 7/(k+5z)$

  napr.
  $875 = 10.87 + 5$
  $7/875 \Leftrightarrow 7/\ (87 + 25) \Leftrightarrow 7\ /\ 112 \Leftrightarrow 7/\ (11 + 10) \Leftrightarrow 7/21$

  $112 = 10.11 + 2$