MO 2:

MNOŽINY

Množina

- je súbor prvkov, ktoré spĺňajú určitú vlastnosť
- je jednoznačne určená, keď o každom prvku viem povedať, či danú vlastnosť má alebo nemá, t.j. či do množiny patrí alebo nepatrí
- prvok x patrí do množiny A
    - zapisujeme: $x \in A$
- prvok x nepatrí do množiny A
    - zapisujeme: $x \notin A$
- označenie:
    - množiny: A, B, R ...
    - prvky: a, b, 1, 2, ...

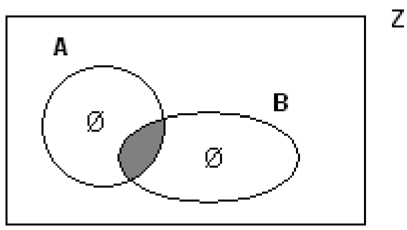
Určovanie množín:

- vymenovaním všetkých jej prvkov
    - pri konečných množinách
        - **Konečná množina:** je to množina, ktorá má konečný počet prvkov
    - napr. $A = \{1,2,3,4\}$
- udaním charakteristickej vlastnosti prvka množiny
    - pri nekonečných množinách
        - **Nekonečná množina:** je to množina, ktorá má nekonečný počet prvkov
    - napr. množina všetkých reálnych čísel;
    - napr. $B = \{x \in N;\ x \geq 6\}$

VZŤAHY:

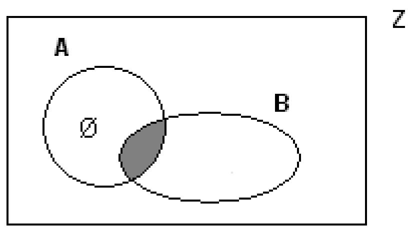
Rovnosť množín:

- množiny A a B sa rovnajú (A=B) práve vtedy, keď každý prvok množiny A je prvkom množiny B a každý prvok množiny B je prvkom množiny A
- $A=B \Leftrightarrow \forall x;\ x \in A \Leftrightarrow x \in B$
- rovnosť množín je:
    - reflexívna: $A=A$
    - symetrická: $A=B \Rightarrow B=A$
    - tranzitívnosť: $A=B \wedge B=C \Rightarrow A=C$



Množinová inklúzia:

- Množina A je podmnožinou množiny B (alebo B je nadmnožinou množiny A) a píšeme $A \subset B$, ak každý prvok množiny A je zároveň prvkom množiny B
- $A \subset B \Leftrightarrow \forall x;\ x \in A \Rightarrow x \in B$
- vlastnosti:
    - reflexívnosť: $A \subset A$
    - tranzitívnosť: $A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$
    - každá množina je nadmnožinou prázdnej množiny; $\emptyset \subset A$

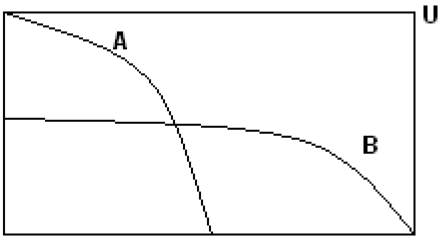


MO 2: MNOŽINY

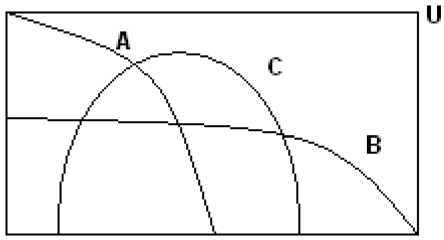
Grafické vyjadrenie množín:

- vzťahy medzi množinami vyjadrujeme pomocou tzv. Vennových diagramov
- množinu U nazývame základná množina

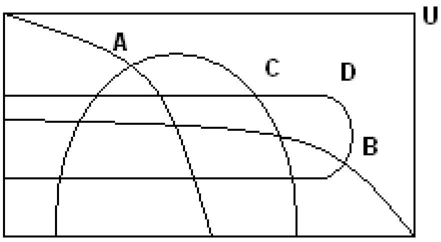
- 2 množiny:



3 množiny:



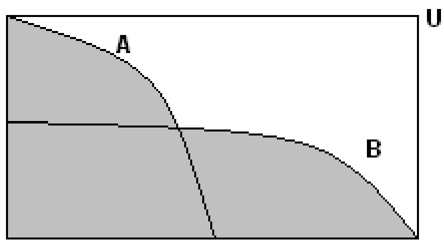
4 množiny:



OPERÁCIE:

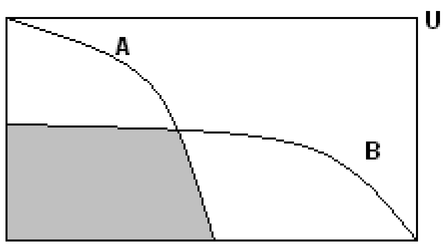
Zjednotenie množín:

- Zjednotením množín A,B nazývame množinu $A \cup B$ tvorenú práve tými objektmi x, ktoré sú prvkami aspoň jednej z množín A,B
- $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$
- vlastnosti:
    - $A \cup A = A$
    - $A \cup B = B \cup A$ komutatívnosť
    - $A \cup \emptyset = A$
    - $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ asociatívnosť
    - $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$



Prienik množín:

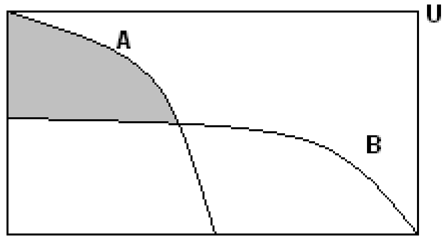
- Prienikom množín A,B nazývame množinu $A \cap B$ tvorenú práve tými objektmi x, ktoré sú súčasne prvkami oboch množín A,B
- $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$
- vlastnosti:
    - $A \cap A = A$
    - $A \cap B = B \cap A$ komutatívnosť
    - $A \cap \emptyset = \emptyset$
    - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ asociatívnosť



MO 2: MNOŽINY

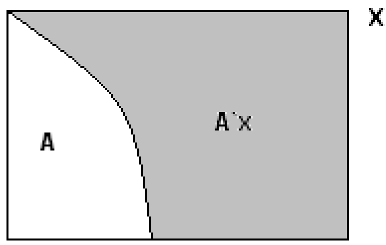
Rozdiel množín:

- Rozdielom množín A,B (v uvedenom poradí) nazývame množinu A-B tvorenú práve tými objektmi x, ktoré patria do množiny A a nepatria do množiny B
- $x \in A-B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$
- vlastnosti:
    - $A-A = \emptyset$
    - $A-\emptyset = A$
    - $\emptyset-A = \emptyset$
    - $(A-B) \subset A$
    - ak $A \neq B$, tak $A-B \neq B-A$
      $(A-B) \cap (B-A) = \emptyset$ operácia rozdielu nie je komutatívna
    - $A-B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B$



Doplnok množín:

- Doplnkom (komplementom) množiny A v jej nadmnožine X nazývame množinu $A`_X$ tvorenú práve tými objektmi x, ktoré sú prvkami X, ale nie sú prvkami A
- vlastnosti:
    - $A`_X = X-A$
    - $A` \cap A = \emptyset$
    - $A` \cup A = X$
    - $(A`)` = A$



De Morganove pravidlá:

- $(A \cup B)` = A` \cap B`$
- $(A \cap B)` = A` \cup B`$
- $A \cap B = \emptyset$ množiny A a B sú DISJUNKTNÉ (nemajú žiaden spoločný prvok)

Distributívne zákony:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Princíp inklúzie a exklúzie:

- Počet prvkov konečnej množiny A označujeme $|A|$
- Na výpočet prvkov sa často používa princíp inklúzie a exklúzie (zapojenia a vypojenia).
- <u>pre 2 množiny:</u>
    - $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
- <u>pre 3 množiny:</u>
    - $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$
- <u>pre 4 množiny:</u>
    - $|A \cup B \cup C \cup D| = |A| + |B| + |C| + |D| - |A \cap B| - |A \cap C| - |A \cap D| - |B \cap C| - |B \cap D| -$

$$- |C \cap D| + |A \cap B \cap C| + |A \cap B \cap D| + |A \cap C \cap D| + |B \cap C \cap D| - |A \cap B \cap C \cap D|$$