MO 26:

METRICKÉ VZŤAHY

Metrika

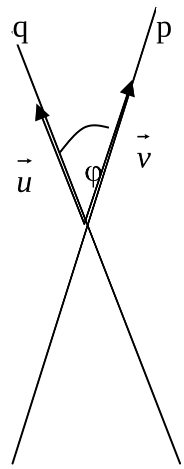
- niečo, čo je merateľné → uhly a vzdialenosti

E_2:

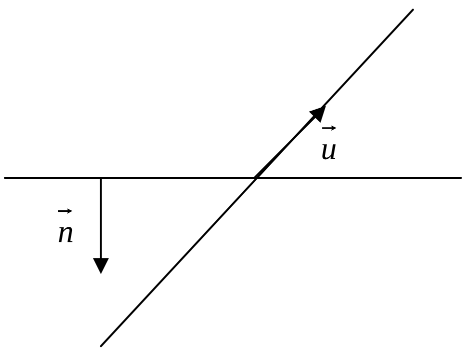
Vzdialenosť 2 bodov

- vytvoríme vektor, veľkosť vektora = vzdialenosť dvoch bodov
- $A[a_1, a_2]$
  $B[b_1, b_2]$
  $\overrightarrow{AB} = (B-A) = (b_1 - a_1;\ b_2 - a_2) = (u, v)$
  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{u^2 - v^2}$ = vzdialenosť dvoch bodov A, B

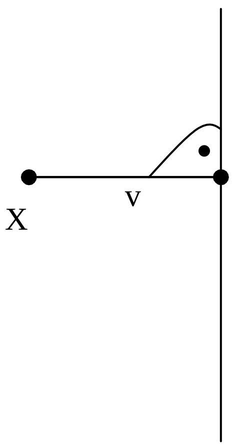
Uhol 2 priamok v rovine



- za uhol 2 priamok považujeme vždy ten menší uhol
  → absolútna hodnota v čitateli, pretože uvažujeme o ostrom uhle
- $\vec{u}$, $\vec{v}$ → sú smerové vektory
- $\cos\varphi = \dfrac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$
- ak poznáme normálové vektory → počítame rovnako
- ak poznáme 1 smerový a 1 normálový vektor
  → jeden si vyjadríme ako druhý



Vzdialenosť bodu od priamky:



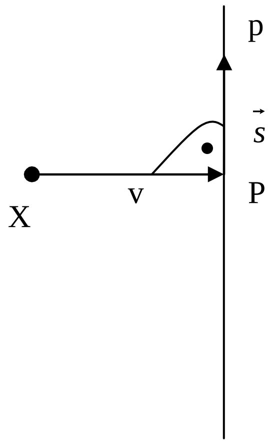
p: ax + by + c = 0

$X[x_1; x_2]$

$\mathbf{v} = \dfrac{|ax_1 + bx_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

E_3:

Vzdialenosť bodu od priamky:



p: $x = a_1 + t.s_1$
$y = a_2 + t.s_2$
$z = a_3 + t.s_3$; $t \in R$

$X[x_1; x_2; x_3]$

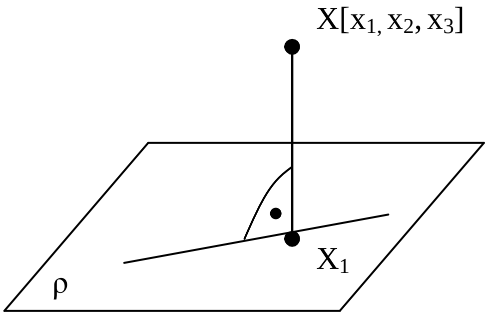
$\overrightarrow{XP} = (P-X) =$
$= (a_1 + t.s_1 – x_1; a_2 + t.s_2 – x_2; a_3 + t.s_3 – x_3)$

→ keď skalárny súčin = 0, je to kolmica

$\overrightarrow{XP} \,.\, \vec{s} = 0$

→ zo sústavy rovníc vyjadríme t ⇒
vypočítame konkrétne $\overrightarrow{XP}$ a potom $|\overrightarrow{XP}|$

Vzdialenosť bodu od roviny: 1



X_1 – kolmý priemet bodu X do roviny ρ

všeobecná rovnica:
ρ: ax + by + cz + d = 0

→ na parametrickú neexistuje vzorec vzdialenosti

$$v = \frac{|ax_1 + bx_2 + cx_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Uhol 2 rovín:

- 2 normálové vektory (priamky p a roviny ρ)

$$\cos\varphi = \frac{|\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{n_\rho}|}{|\overrightarrow{n_p}|.|\overrightarrow{n_\rho}|}$$

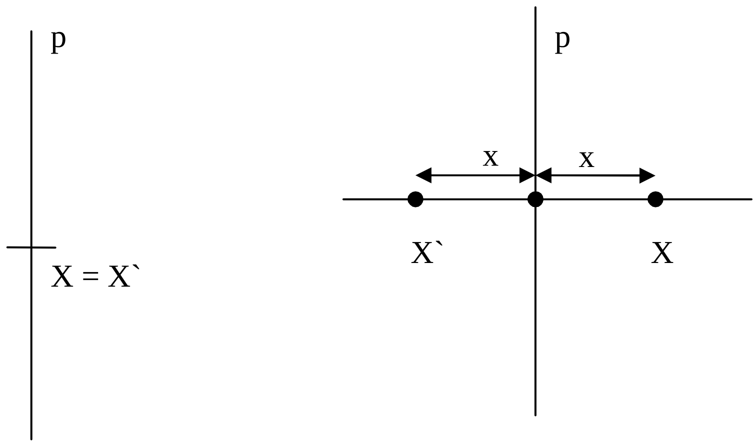
Uhol priamky a roviny:

- smerový vektor priamky a normálový vektor roviny

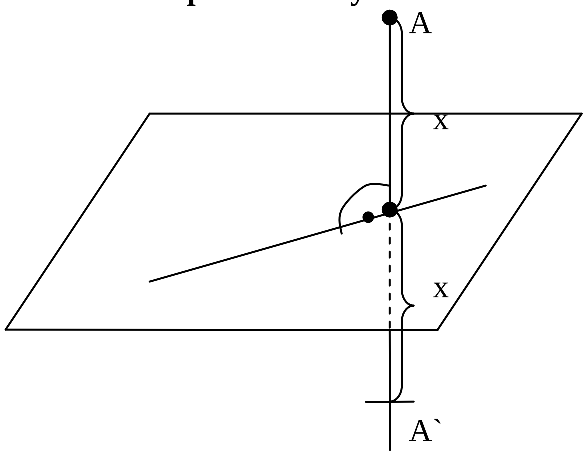
$$\sin\varphi = \frac{|\overrightarrow{u_p}.\overrightarrow{n_\rho}|}{|\overrightarrow{u_p}|.|\overrightarrow{n_\rho}|}$$

MO 26: METRICKÉ VZŤAHY

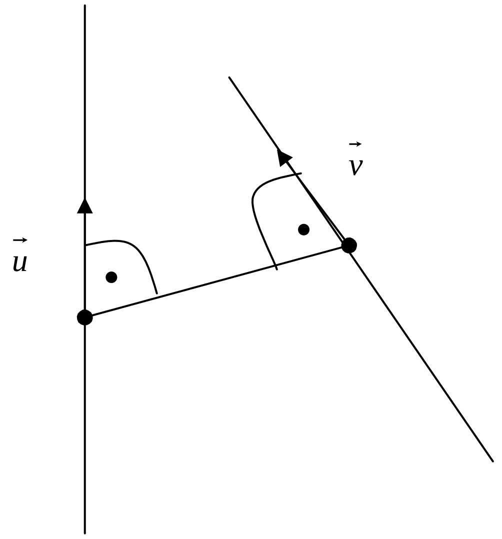
Súmernosť bodov podľa priamky:



Súmernosť bodov podľa roviny:



Vzdialenosť mimobežných priamok:



$\overrightarrow{AB} = k.\,(\vec{u} \times \vec{v})$

$\overrightarrow{AB}$ → vektor kolmý na obidve priamky,
aby to bola najkratšia vzdialenosť
k → násobok, lebo sú lineárne závislé