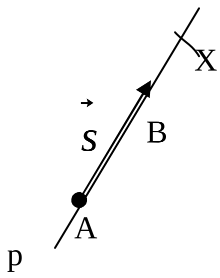
MO 25:

VZÁJOMNÁ POLOHA LINEÁRNYCH ÚTVAROV V E_3

- p: $A[a_1, a_2, a_3]$

  $\vec{s}\,(s_1, s_2, s_3)$

  p: $x = a_1 + t.s_1$
  $y = a_2 + t.s_2$
  $z = a_3 + t.s_3,\ t \in R$



Vzájomná poloha priamok:

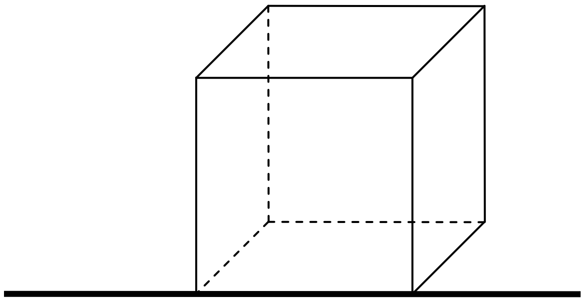
- priamka p, priamka q
- q: $X[x_1, x_2, x_3]$

  $\vec{u}\,(u_1, u_2, u_3)$

  q: $x = x_1 + v.u_1$
  $y = x_2 + v.u_2$
  $z = x_3 + v.u_3,\ v \in R$

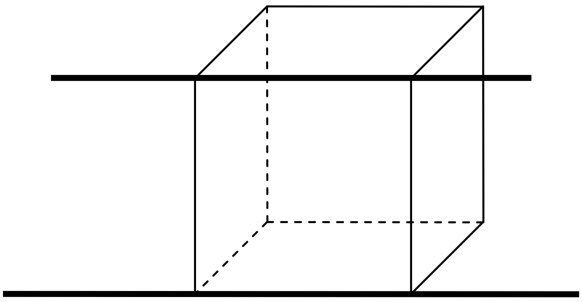
Totožné priamky:

- parametrický tvar:
  - $p \equiv q$
  - $\vec{s} = k.\vec{u}$; $k \in R - \{0\}$
  - $\overrightarrow{AX} = f.\ \vec{s}$; $f \in R - \{0\}$
- všeobecný tvar:
  - sú rovnobežné, splývajúce a majú všetky spoločné body
- smernicový tvar:
  - $k_1 = k_2;\ q_1 = q_2$



Rovnobežné:

- parametrický tvar:
  - $\vec{s} = k.\vec{u}$; $k \in R - \{0\}$
  - $\overrightarrow{AX} \neq f.\ \vec{s}$; $f \in R - \{0\}$
- všeobecný tvar:
  - nemajú žiaden spoločný bod
- smernicový tvar:
  - $k_1 = k_2;\ q_1 \neq q_2$



MO 25: VZÁJOMNÁ POLOHA LINEÁRNYCH ÚTVAROV V E3

Rôznobežné a mimobežné:

- $\vec{s} \neq k.\vec{u}$; $k \in R - \{0\}$
- $q = p$

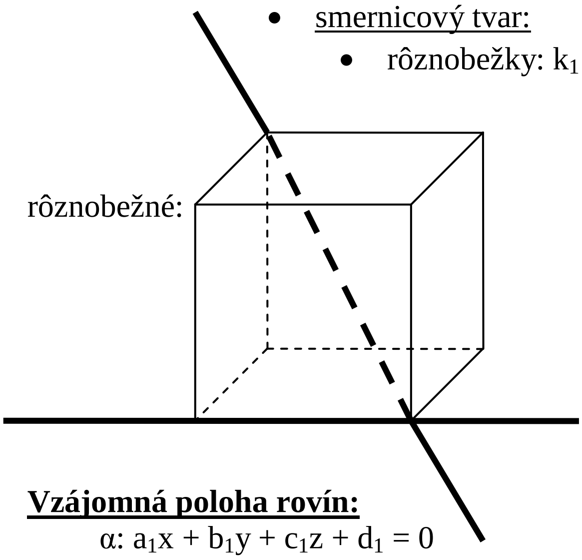
$$x_1 + v.u_1 = a_1 + t.s_1$$
$$\underline{x_2 + v.u_2 = a_2 + t.s_2}$$
$$v = ?$$
$$t = ?$$

t, v dosadíme do 3. rovnice:

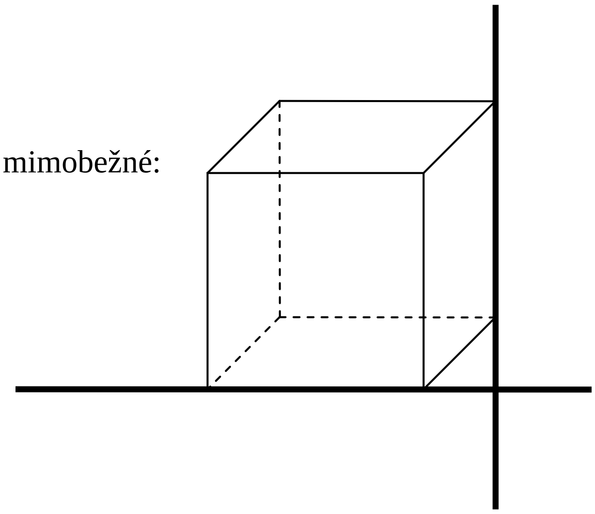
$$x_3 + v.u_3 = a_3 + t.s_3$$

- <u>všeobecný tvar:</u>
  → ak platí $\Rightarrow$ rôznobežky (majú 1 spoločný bod)
  → ak neplatí $\Rightarrow$ mimobežky (nemajú spoločný bod)
- <u>parametrický tvar:</u>
  - rôznobežky: $\vec{s}$ je s $\vec{u}, \vec{v}$ lineárnou kombináciou
  - mimobežky: $\vec{s}$ nie je s $\vec{u}, \vec{v}$ lineárnou kombináciou
- <u>smernicový tvar:</u>
  - rôznobežky: $k_1 \neq k_2$

rôznobežné:



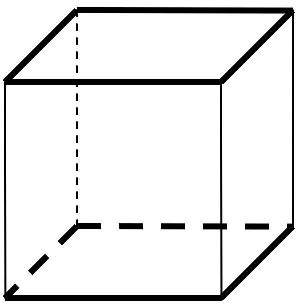
mimobežné:



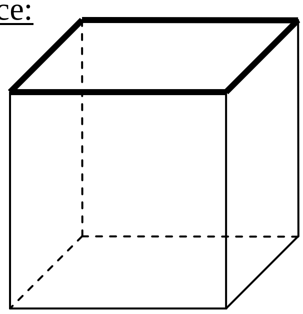
<u>Vzájomná poloha rovín:</u>

α: $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$
β: $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

<u>rovnobežné rôzne:</u>



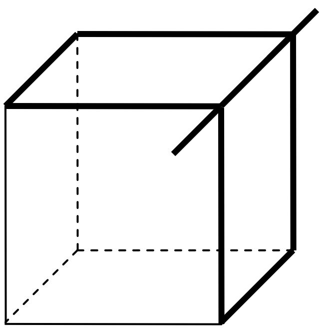
<u>rovnobežné splývajúce:</u>



$n_\alpha(a_1,b_1,c_1)$; $n_\beta(a_2,b_2,c_2)$
→ lineárne závislé
→ $n_\beta = k.\ n_\alpha$

$d_2 \neq k.\ d_1$ $\qquad$ $d_2 = k.\ d_1$

<u>rôznobežné:</u>



spoločná priamka - priesečnica
$n_\alpha(a_1,b_1,c_1)$; $n_\beta(a_2,b_2,c_2)$
→ lineárne nezávislé

MO 25: VZÁJOMNÁ POLOHA LINEÁRNYCH ÚTVAROV V E3

Prienik priamky a roviny:

α: $3x + 4y - z + 12 = 0$

$$p: \left.\begin{aligned} x &= \ldots \\ y &= \ldots \\ z &= \ldots \end{aligned}\right\} \text{ dosadíme do: } \alpha: 3x + 4y - z + 12 = 0 \Rightarrow \text{ zistíme, čomu sa rovná } t$$

t dosadíme do parametrického vyjadrenia priamky p a dostaneme P[x, y, z] → prienik priamky a roviny

všeobecne:

α: $ax + by + cz + d = 0$

$$p: \left.\begin{aligned} x &= a_1 + t.\, u_1 \\ y &= a_2 + t.\, u_2 \\ z &= a_3 + t.\, u_3,\ t \in R \end{aligned}\right\} \text{ x, y, z dosadíme do } \alpha$$

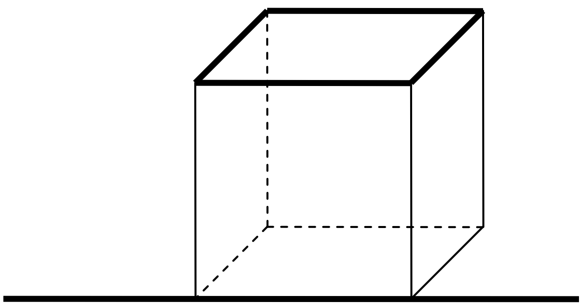
→ nekonečne veľa riešení – priamka p leží v rovine α

→ 1 riešenie – priamka má jeden spoločný bod s rovinou

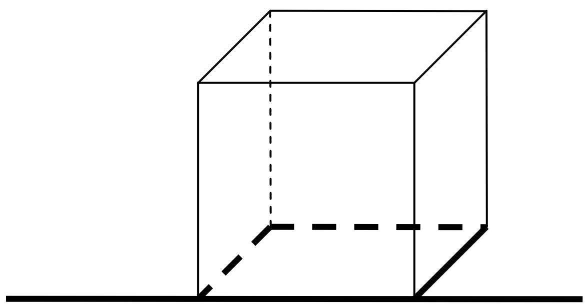
→ nemá riešenie – priamka je rovnobežná rôzna s rovinou α

$$\overrightarrow{s_p} \,.\, \overrightarrow{n_\alpha} = 0 \Leftrightarrow p \parallel \alpha$$

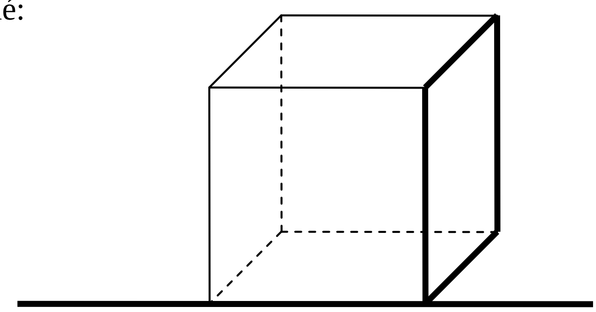
rovnobežné rôzne:



splývajúce:



rôznobežné:



MO 25: VZÁJOMNÁ POLOHA LINEÁRNYCH ÚTVAROV V E3

Rez kocky rovinou:

- ak dva body ležia v jednej rovine, môžeme ich spojiť
- ak dve rovnobežné roviny sú rôznobežné s rovinou treťou, potom ich priesečnice sú rovnobežné
- majme tri navzájom rôznobežné roviny. Ak dve priesečnice sú rôznobežné, potom ich priesečníkom prechádza aj tretia priesečnica
- majme tri rôznobežné roviny. Ak dve z priesečníc sú rovnobežné, potom je s nimi rovnobežná aj tretia priesečnica.