MO 1:

VÝROKY

Matematické poznatky formulujeme v podobe výrokov.

Výroky

- oznamovacie vety, ktorými sa vyjadruje niečo, čo je buď pravdivé alebo nepravdivé.

Pravdivostná hodnota

- za pravdivostnú hodnotu výroku považujeme pravdivosť a nepravdivosť výroku.

  - **Pravdivý výrok**: „1“ P(V) = 1
  - **Nepravdivý výrok**: „0“ P(V) = 0

- pravdivostná hodnota výroku V: P(V)

Výroky označujeme tlačenými veľkými písmenami abecedy.
A,B,C, ... ,Z

napr. „Paríž je hlavným mestom Talianska.“ $\rightarrow$ nepravda $\Rightarrow$ P(V) = 0

Hypotéza

- výrok, ktorého pravdivostnú hodnotu sme doteraz neurčili
- = domnienka

napr. „Na Marse je život.“

Axióma

- elementárne tvrdenie o vlastnostiach základných pojmov
- tvrdenia, ktoré považujeme za očividné
- P(V) = 1, nemusíme ich dokazovať, platí to vždy

napr. „Priamky na seba rovnobežné sa nepretínajú“

Operácie s výrokmi

- z jednoduchých výrokov môžeme prostredníctvom spojok vytvárať súvetia, ktoré považujeme za **zložené výroky**
- **logické spojky:** a ($\wedge$); alebo ($\vee$); ak, tak ($\Rightarrow$); práve vtedy, keď ($\Leftrightarrow$)

1.) Negácia výroku

- negácia výroku V: (V`)
- ku každému výroku V môžeme sformulovať výrok, ktorý popiera pravdivosť tvrdenia obsiahnutého vo výroku V

napr. V: „Dnes ráno pršalo.“
V`: „ Nie je pravda, že dnes ráno pršalo.“
alebo: V`: „Dnes ráno nepršalo.“

MO 1: VÝROKY

Výrok	*Negácia*
Každý ... je ...	Aspoň jeden ... nie je ...
Aspoň jeden ... je ...	Ani jeden (žiaden, nijaký) ... nie je ...
Aspoň dva sú ...	Najviac jeden je ...
Aspoň tri sú ...	Najviac dva sú ...

napr. V: „Bolo nás najmenej 15.“
V`: „ Bolo nás najviac 14.“

napr. A: „Mám apoň 4 perá.“
A`: „Mám najviac 3 perá.“

napr. F: „Mám práve 7 pier.“
F`: „Mám najviac 6 alebo aspoň 8 pier.“

napr. B: „Mám červený sveter.“
B`: „ Nemám červený sveter.“
B`(zlá): „Mám modrý sveter.“

- ak znegovaný výrok znegujeme druhýkrát, dostaneme pôvodný výrok
  (V`)` = V

Veta:
Pre každý výrok V a jeho negáciu V` platí: P(V`) = 1 – P(V)

- správne sformulovanie negácie daného výroku je dôležité napr. pri dokazovaní tvrdenia sporom

2.) Konjukcia

- zložený výrok: A a B
- označujeme ho: $A \wedge B$

napr. „Mrzne a sneží.“

3.) Disjunkcia = alternatíva

- zložený výrok: A alebo B
- označujeme: $A \vee B$

napr. „Prší alebo padá sneh.“

4.) Implikácia

- zložený výrok: ak A tak B
- označujeme: $A \Rightarrow B$

napr. „Ak mi nepomôžeš, tak si ma nepraj.“

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B` \Rightarrow A`)$ obmena implikácie

$(B \Rightarrow A)$ obrátená implikácia

5.) ekvivalencia

- zložený výrok: A práve vtedy keď B
- označujeme $A \Leftrightarrow B$

napr. „Šunku kúpim práve vtedy, keď nedostanem salámu.“

$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)]$

Tabuľka s pravdivostnými hodnotami

P(A)	P(B)	$P(A \wedge B)$	$P(A \vee B)$	$P(A \Rightarrow B)$	$P(A \Leftrightarrow B)$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Negácia zložených výrokov

De Morganové pravidlá:

$(A \wedge B)` \Leftrightarrow (A` \vee B`)$
$(A \vee B)` \Leftrightarrow (A` \wedge B`)$

$(A \Rightarrow B)` \Leftrightarrow (A \wedge B`)$
$(A \Leftrightarrow B)` \Leftrightarrow [(A \wedge B`) \vee (B \wedge A`)]$

Tautológia

- výrok, ktorého pravdivostná hodnota je vždy 1 (je vždy pravdivý)

Kontraindikáca

- výrok, ktorý je vždy nepravdivý

Kvantifikovaný výrok

- každý výrok, ktorý obsahuje kvantifikátory
- **existenčný kvantifikátor -** $\exists$: „existuje“

  napr. V: $\exists\ x \in N;\ x>1$
  V`: $\forall\ x \in N;\ x \le 1$
- **všeobecný kvantifikátor -** $\forall$: „pre všetky, pre každý“

  napr. V: $\forall\ x \in R;\ x^2+1>0$
  V`: $\exists\ x \in R;\ x^2+1 \le 0$