MO 14:

MOCNINY

- základ: $a \in R$
- exponent: $n \in N$
- $a^n = a.a.a.a....a$
  - $\rightarrow$ a je tam n-krát

- **rekurentná definícia mocniny:**
  - $\forall a \in R; \forall n \in N:$

    $a^1 = a$

    $a^{n+1} = a^n.a$

    $\rightarrow$ každá nasledujúca mocnina je vyjadrená pomocou predchádzajúcej

- n = 0

$a^{0+1} = a^0.a$
$a^1 = a^0.a$
$a = a^0.a \quad /:a \qquad a \neq 0$
$1 = a^0$

mocnina 0^0 nie je definovaná

$\rightarrow n \in N_0 \Rightarrow a \in R-\{0\}$

- n = -1

$a^{-1+1} = a^{-1}.a$
$a^0 = a^{-1}.a$
$1 = a^{-1}.a \qquad /:a \qquad a \neq 0$
$\frac{1}{a} = a^{-1}$

$\rightarrow n \in Z \Rightarrow a \in R-\{0\}$

- **Vety o mocninách**
  - $\forall a, b \in R-\{0\}; \forall r, s \in Z:$
    - $a^r.a^s = a^{r+s}$
    - $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$
    - $(a^r)^s = a^{r.s}$
    - $(a.b)^r = a^r.a^r$
    - $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

- $n \in Q$ (racionálne čísla – v tvare zlomkov)

  $n = \frac{1}{2}$

  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

  $\rightarrow a \in R_0^+$; $n \in Q - \{0\}$

- **definícia n-tej odmocniny:**
  - n-tou odmocninou z nezáporného čísla *a* je nezáporné číslo *b*, pre ktoré platí: $a = b^n$
  - $\sqrt[n]{a} = b; a = b^n$

  $\rightarrow a \in R_0^+$; $n \in Q - \{0\}$

- $n \in R$

  $R = Q \cup I$

  $\sqrt{2} \doteq 1{,}414$

  $\sqrt{2} \doteq 1{,}4 = \frac{14}{10}$

  $\sqrt{2} \doteq 1{,}41 = \frac{141}{100}$

  $\rightarrow$ snažíme sa I nahradiť Q (aproximovať)

<u>Binomická veta</u>

Pre každé $a,b \in R$ a pre každé $n \in N$ platí:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \ldots + \binom{n}{n}a^0 b^n = \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}a^{n-i}b^i$$

$\rightarrow$ obsahuje kombinačné čísla z n- tého Pascalovho riadka

$\rightarrow$ súčet exponentov musí byť vždy n

n=0 1

n=1 1 1

n=2 1 2 1

n=3 1 3 3 1

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$