MO 11:

GONIOMETRICKÉ FUNKCIE SIN a COS

Jednotková kružnica – kružnica, ktorej polomer je 1 jednotka
- jej dĺžka je 2π

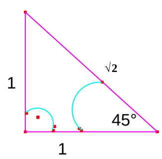
1 rad = uhol, ktorý na jednotkovej kružnici s vrcholom v strede kružnice vytína oblúk dĺžky 1

1 rad = 57°17´ jednotka oblúkovej miery

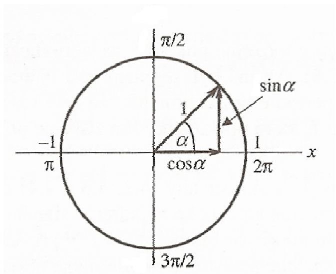
1° = uhol, ktorý ma vrchol v strede kružnice a jeho ramená vytínajú oblúk z obvodu kružnice $\frac{1}{360°}$

1° = 0,017 rad

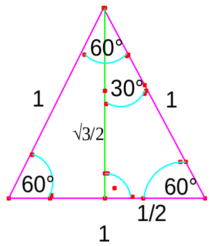
Funkcie sínus a kosínus sa pôvodne definovali pomocou pravouhlého trojuholníka s uhlom x ($x \neq 90°$) takto:
- sin x je pomer protiľahlej odvesny tohto uhla a prepony,
- cos x je pomer priľahlej odvesny k tomuto uhlu a prepony.
- Ďalej tg x je pomer sin x a cos x;
- cotg x je prevrátená hodnota tan x.



Tieto definície, samozrejme, definujú goniometrické funkcie len pre uhly z intervalu (0°, 90°).
Dnes definujeme tieto funkcie pomocou jednotkovej kružnice alebo cez nekonečné rady.



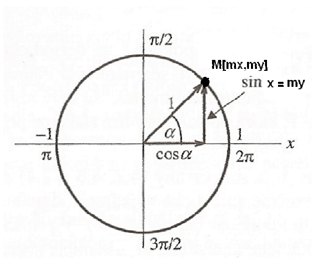
$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\alpha^{\circ}}{360°}$$



Cyklometrické funkcie - pseudoinverzné funkcie ku goniometrickým funkciám.
Inverzná funkcia k:
- sínusu na intervale <-π/2, π /2> sa nazýva arkussínus (f(x) = arcsin x),
- kosínusu na intervale <0, π > je arkuskosínus (f(x) = arccos x)

Sínus
f: y=sin x

Δ MAO pravouhlý .... $\sin x = \frac{|MA|}{|MO|} = m_y$

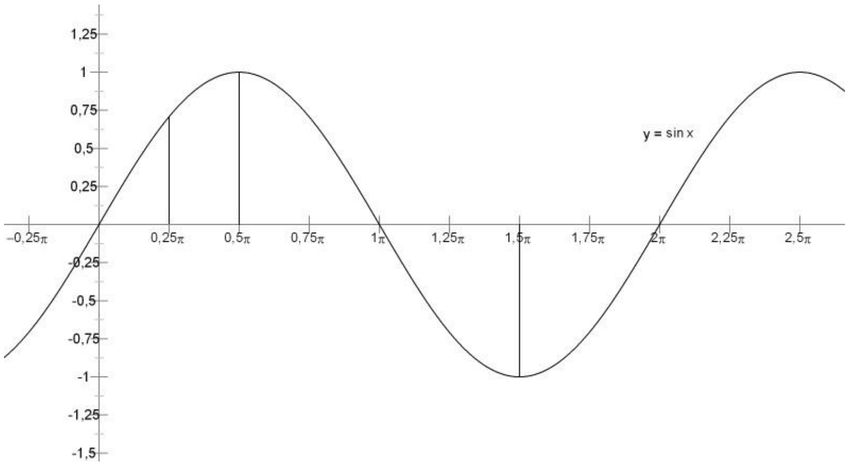


Def. Sínus je funkcia, ktorá každému reálnemu číslu x priradí druhú súradnicu bodu M: $M_y = \sin x$.

Vlastnosti:
- D(f) = R
- H(f) = <-1;1>
- periodická, $p=2\pi$
- rastúca na I = <$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi ; \frac{\pi}{2} + 2k\pi$), $k \in Z$
- klesajúca na I = < $\frac{\pi}{2} + 2k\pi ; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$), $k \in Z$
- ohraničená; d=-1, h=1
- nepárna: sin x = - sin (-x)
- maximum v bodoch ($\frac{\pi}{2} + 2k\pi$), $k \in Z$
- minimum v bodoch ($\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$), $k \in Z$

MO 11: GONIOMETRICKÉ FUNKCIE SIN a COS

Hodnoty:



	$\frac{0}{\pi}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
sin x	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$

Kosínus:

f: y=cos x

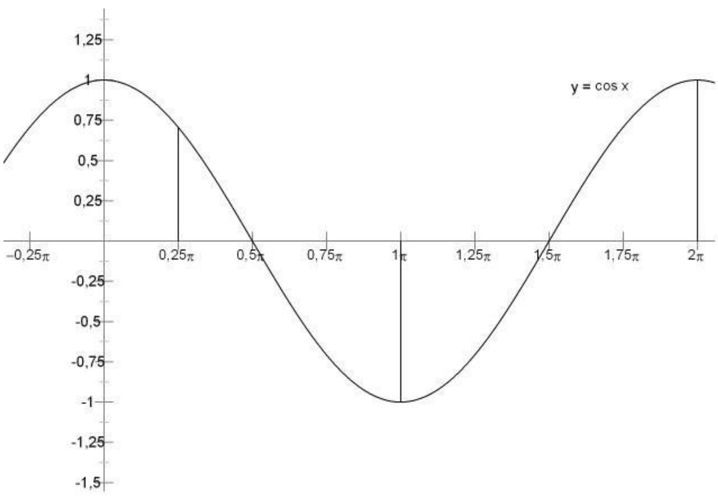
Δ MAO pravouhlý .... cos x = $\frac{|OA|}{|MO|}$ = m_x

Def. Kosínus je funkcia, ktorá každému reálnemu číslu x priradí prvú súradnicu bodu M: M_x = cos x.

Vlastnosti:

- D(f) = R
- H(f) = <-1;1>
- periodická, p=2π
- rastúca na I = $\langle \pi + 2k\pi ; 2\pi + 2k\pi)$, k∈ Z
- klesajúca na I = $\langle 0 + 2k\pi ; \pi + 2k\pi)$, k∈ Z
- ohraničená; d=-1, h=1
- párna: cos x = cos (-x)
- maximum v bodoch (2kπ), k∈ Z
- minimum v bodoch ($\pi + 2k\pi$), k∈ Z

Hodnoty:

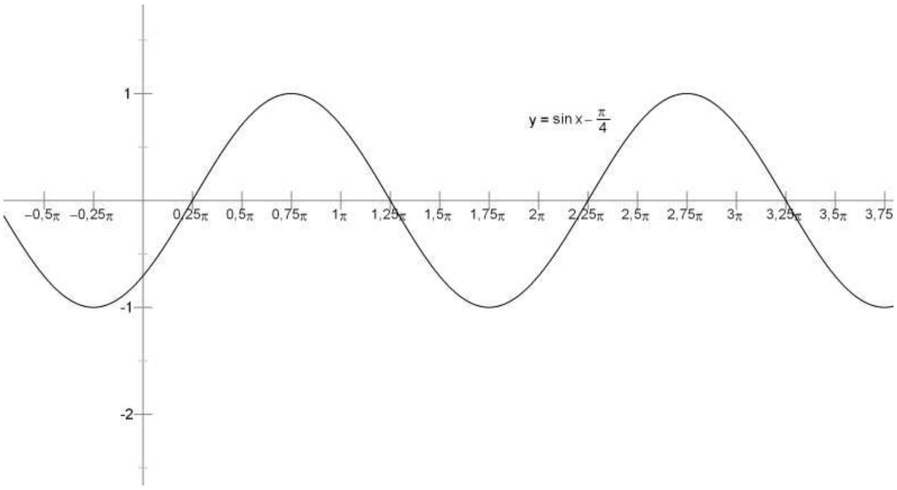


	$\frac{0}{\pi}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
cos x	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

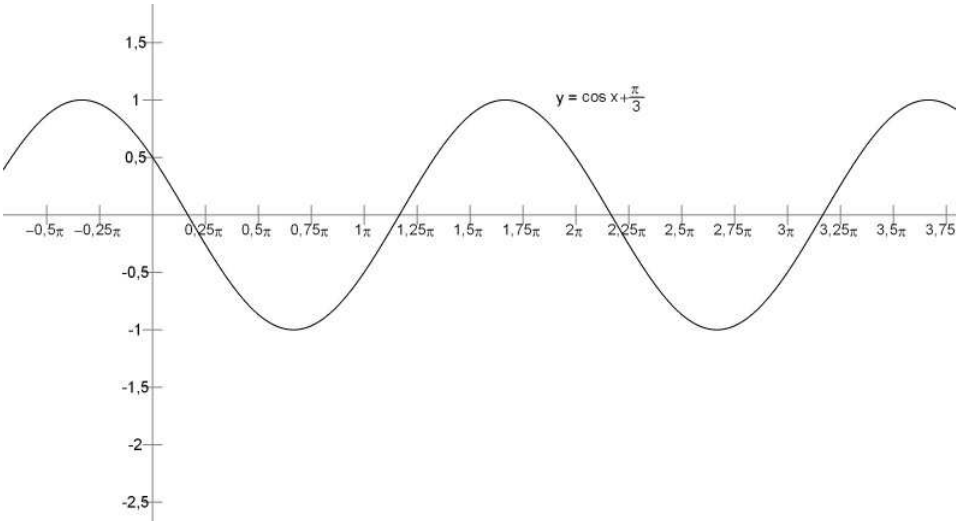
MO 11: GONIOMETRICKÉ FUNKCIE SIN a COS

Grafy

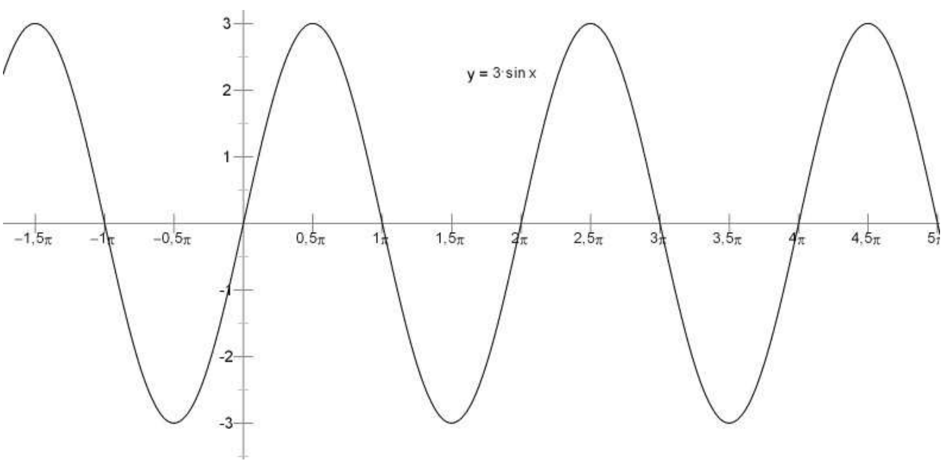
a) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ NB: $\frac{\pi}{4}$



b) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ NB: $\frac{\pi}{6}$

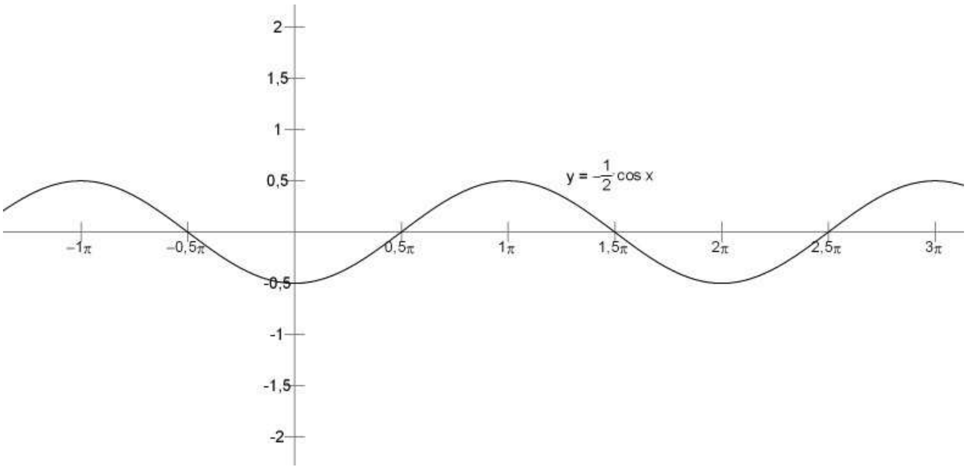


c) $y = 3.\ \sin x$



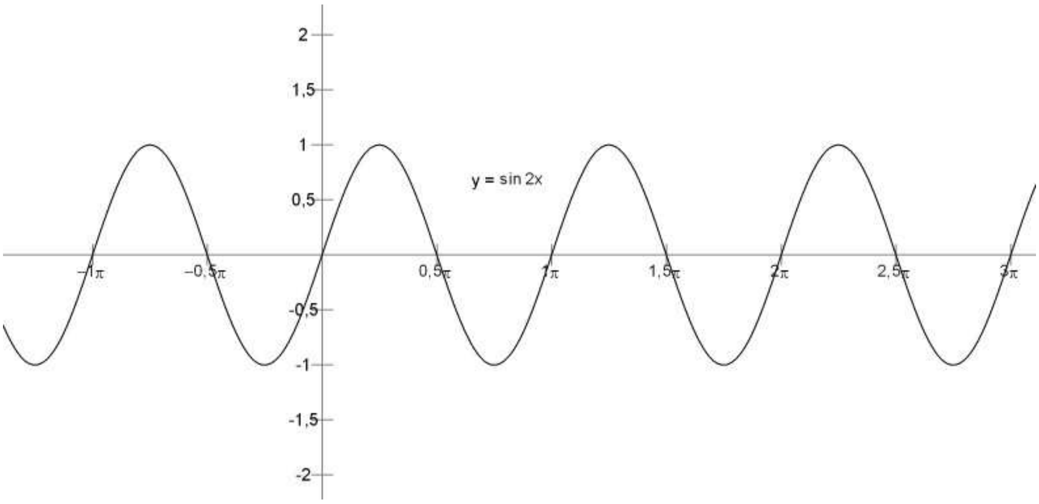
MO 11: GONIOMETRICKÉ FUNKCIE SIN a COS

d) $y = -\frac{1}{2}\cos x$



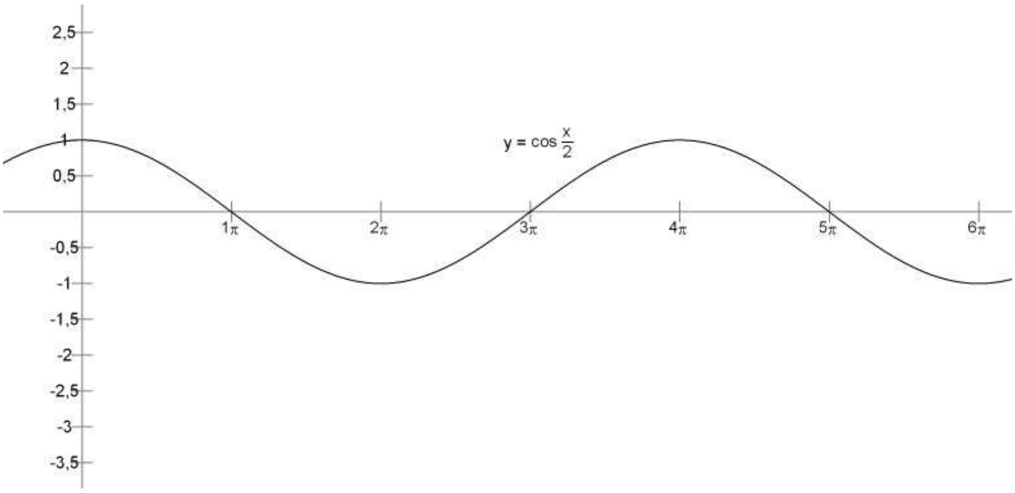
e) y = sin 2x

$p` = \frac{p}{k} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ k = 2



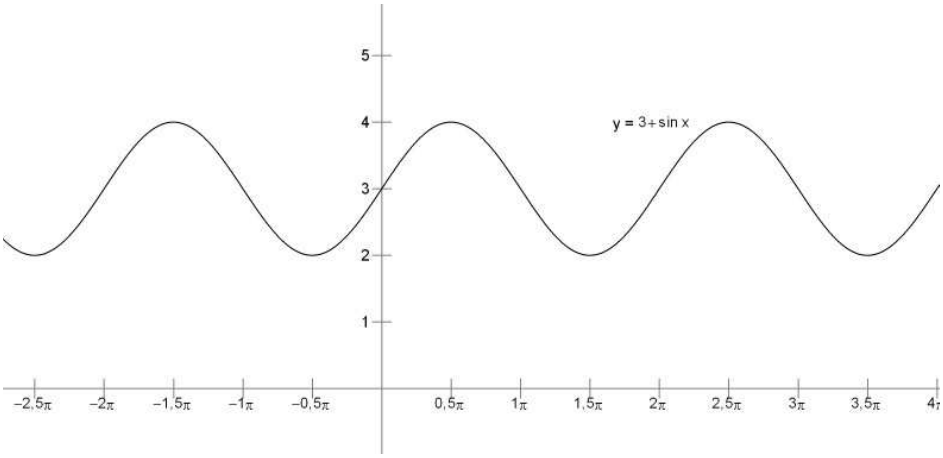
f) $y = \cos \frac{1}{2} x$

$p` = \frac{p}{k} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ $k = \frac{1}{2}$

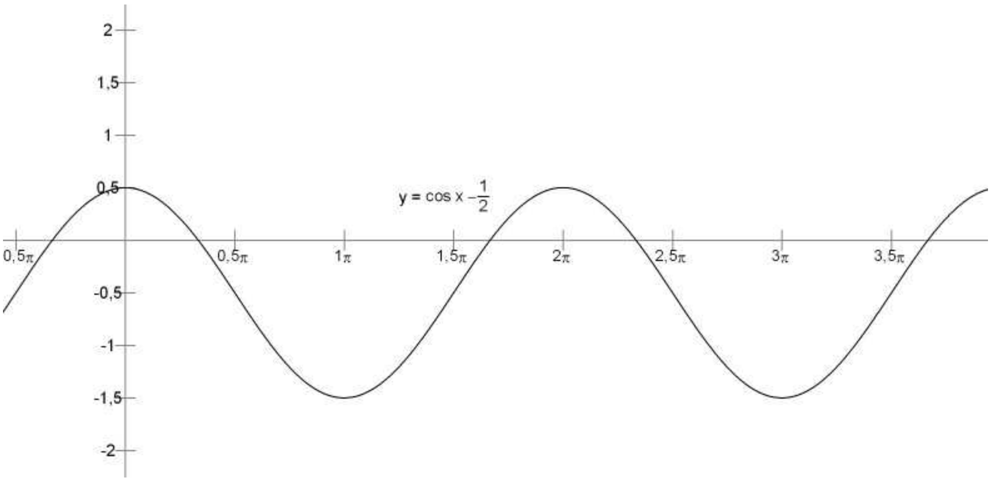


MO 11: GONIOMETRICKÉ FUNKCIE SIN a COS

g) y = 3 + sin x



h) y = cos x - $\frac{1}{2}$



f: y= a+b.sin c.(x-d)
a = posun po y-ovej osi
b = natiahnutie (sploštenie) grafu pozdĺž osi y
c = zrýchlenie (spomalenie) = zhustenie (zriedenie) periódy
d = posun po x – ovej osi