

MO 10: LOGARITMICKÁ FUNKCIA, ROVNICE A NEROVNICE

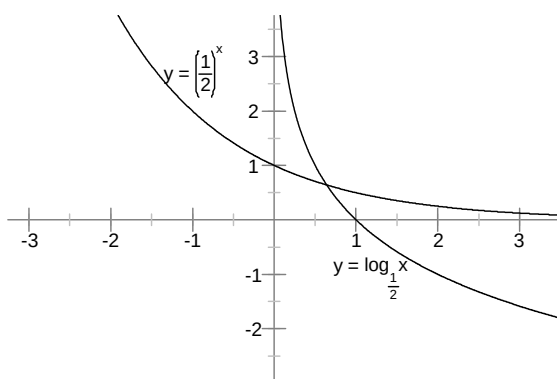
MO 10:

Logaritmická funkcia, rovnice a nerovnice**Logaritmická funkcia** – každá funkcia tvaru $f: y = \log_a x$, $a > 0 \wedge a \neq 1$, $x \in \mathbb{R}^+$

- je to inverzná funkcia k exponenciálnej funkcii
- a = základ

Inverzná funkcia:

- k danej funkcii existuje inverzná funkcia $\Leftrightarrow$ daná funkcia je prostá
- inverznú funkciu označujeme ako f^{-1} alebo g
- $H(f) = D(f^{-1})$
- $D(f) = H(f^{-1})$
- grafy sú súmerné podľa priamky $y = x$
- ak f je rastúca (klesajúca), tak f^{-1} je rastúca (klesajúca)

 $0 < a < 1$ 

$$D(f) = \mathbb{R}^+$$

$$H(f) = \mathbb{R}$$

klesajúca $\Rightarrow$ prostá

neohraničená

nemá minimum ani maximum

nie je periodická

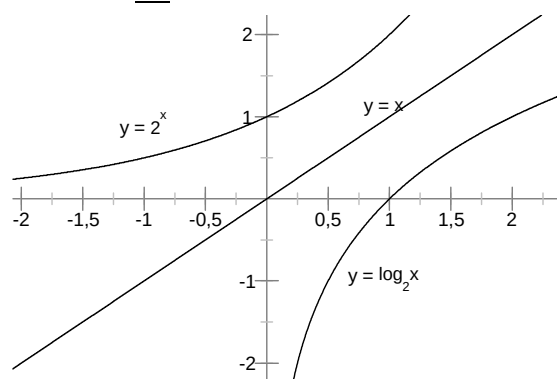
ani párna ani nepárna

asymptota je os y

spojitá

$$g(a) = 1$$

$$g(1) = 0$$

 $a > 1$ 

$$D(f) = \mathbb{R}^+$$

$$H(f) = \mathbb{R}$$

rastúca $\Rightarrow$ prostá

neohraničená

nemá minimum ani maximum

nie je periodická

ani párna ani nepárna

Logaritmus kladného čísla x pri základe a ($a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$) je také číslo y , pre ktoré platí $a^y = x$, t.j.
 $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$.

- $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$
- $x \in \mathbb{R}^+$
- $y \in \mathbb{R}$

MO 10: LOGARITMICKÁ FUNKCIA, ROVNICE A NEROVNICE

Vety o logaritmoch:

- $\log_a a = 1; \log_a 1 = 0$
- $a^y = x \wedge y = \log_a x \Rightarrow a^{\log_a x} = x$
- $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$
- $\log_a x - \log_a y = \log_a (x/y)$
- $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$
- $\log_a x \cdot \log_x a = 1$
- $\log_a x = \frac{\log_y x}{\log_y a}$

Dekadický logaritmus – logaritmus so základom 10; zápis $\log x$

Prirodzený logaritmus – logaritmus so základom e; zápis $\ln x$

Riešenie logaritmických rovníc a nerovníc:

1. obe strany rovnice sa snažíme upraviť na logaritmus s rovnakým základom a následne využijeme prostosť logaritmickkej funkcie, t.j. $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

2. využívame vety o logaritmoch

3. zavádzame substitúciu

4. nerovnice riešime aj pomocou grafov alebo tak ako rovnice, ale ak $a < 1$, otáčame znamienko nerovnosti

Riešenie logaritmov s tabuľkami:

$$\log 10,42 = 1,01787$$

logaritmus pozostáva z:

- **mantisa:** $(0,1) \rightarrow 0,01787$
- **charakteristika:** určuje rád 1. platnej číslice
 $10,42 \dots$ prvého rádu $\Rightarrow 1$