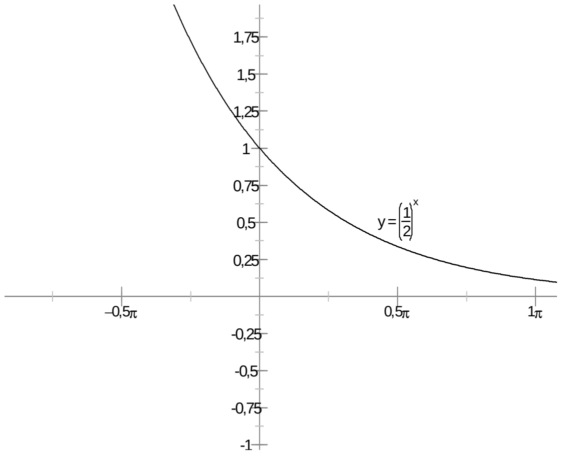
MO 9:

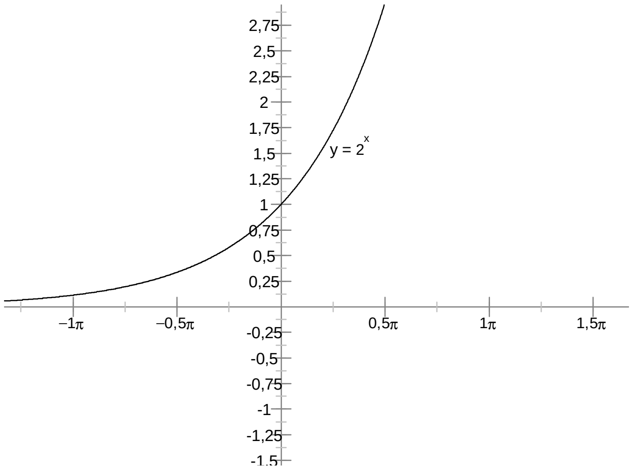
Exponenciálna funkcia, rovnice a nerovnice

Exponenciálna funkcia – každá funkcia s predpisom f: $y = a^{x}$, $a > 0 \wedge a \neq 1$
a = základ
x = exponent

0<a<1



a>1



D(f) = R	D(f) = R
$H(f) = R^+$	$H(f) = R^+$
klesajúca – prostá	rastúca - prostá
nemá minimum ani maximum	nemá minimum ani maximum
ani párna ani nepárna	ani párna ani nepárna
ohraničená zdola d=0	ohraničená zdola d=0
x = asymptota ku grafu fcie	x = asymptota ku grafu fcie

$\forall x_1, x_2 \in R;\ f(x_1+x_2) = f(x_1).f(x_2)$

napr. $y = 2^x$

$2^{x1+x2}=2^{x1}.2^{x2}$

f(1) = a
f(0) = 1

Exponenciálna funkcia je prostá $\Rightarrow$ má inverznú funkciu – logaritmickú funkciu.

MO 9: EXPONENCIÁLNA FUNKCIA, ROVNICE A NEROVNICE

Prostá: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

špeciálny prípad:

f: $y = e^x$

e = eulerovo číslo

$e \doteq 2{,}7182$

táto funkcia má s grafom y = x+1 práve jeden spoločný bod

Riešenie exponenciálnych rovníc:

1. exponenciálna funkcia je prostá, t.j.

V: $\forall x_1, x_2 \in D(f);\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

Vobm.: $\forall x_1, x_2 \in D(f);\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

tieto dva výroky sú ekvivalentné $a^{x1} = a^{x2} \Rightarrow x_1 = x_2$

Pri riešení rovníc sa obe strany musia upraviť na rovnaký základ, potom už porovnávame iba exponenty.

2. zlogaritmovanie

3. substitúcia

exponenciálne nerovnice – platí to, čo pre rovnice

- ak je základ menší ako 1, musíme otočiť znamienko nerovnosti
    - a to preto, že ak 0<a<1, funkcia je klesajúca t.j
      $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \Leftrightarrow a^{x1} > a^{x2};\ x_1 < x_2$

$a^x = a^y \Rightarrow x = y$
$a^x . a^y = a^{x+y}$
$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
$a^x . b^x = (ab)^x$
$(a^x)^y = a^{xy}$
$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$